## 基础课40 空间向量及其运算和空间位置关系

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. [2024·孝感模拟]已知点，，则直线的一个方向向量可以为（ C ）.

A. B. C. D.

[解析]由题意得，，则直线 的方向向量为，

逐项分析即可知只有选项 符合要求.故选.

2. 若向量，，，夹角的余弦值为，则实数（ A ）.

A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

[解析]，，

，，．

又，夹角的余弦值为，

，可知，

解得．故选.

3. 已知直线的一个方向向量为,2,，平面 的一个法向量为，且 ，则实数（ C ）.

A. 1 B. 2 C. D.

[解析]因为 ，所以，所以，即，解得.故选.

4. 已知平面 内两向量，，且.若为平面 的一个法向量，则，的值分别为（ A ）.

A. ，2 B. 1， C. 1，2 D. ，

[解析]，由 为平面 的一个法向量，得 即 解得 故选.

5. 设，分别是平面 , 的一个法向量.若 ，则（ C ）.

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

[解析] ，，，故选.

6. 已知是所在的平面外一点，若，，，则（ C ）.

A. B. C. D.

[解析]依题意，有，.

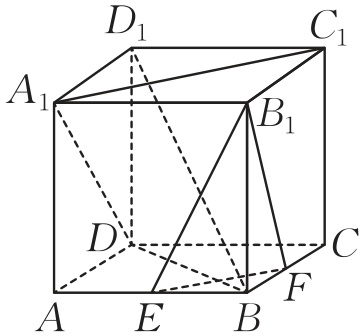
对于，因为，所以 与 不平行，故 错误；

对于，因为，所以 与 不平行，故 错误；

对于，因为，所以，故 正确；

对于，因为，故 错误.故选.

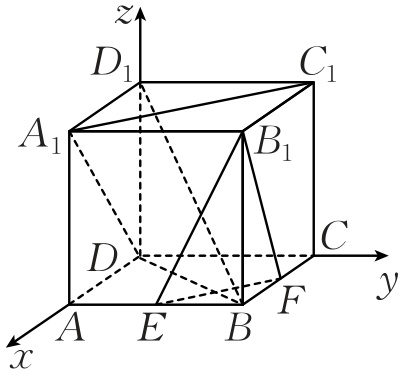
7. 如图，在正方体中，,分别为,的中点，则（ C ）.



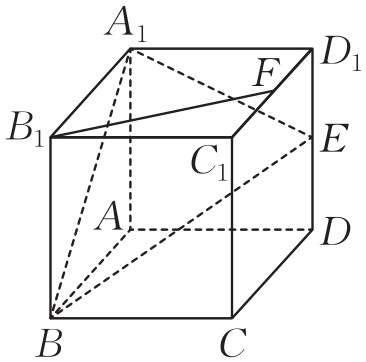
A. 平面 B. 平面

C. 平面 D. 平面

[解析]分别以,,的方向为,,轴的正方向建立空间直角坐标系，如图，设，则,,,,,,，所以,,,，,.设平面 的一个法向量为，则 取，则，因为，所以 与 不平行，所以 与平面 不垂直，错误；因为，所以 与 不平行，所以 与平面 不垂直，错误；因为，且 在平面 外，所以 平面，正确;因为,所以 与平面 不平行，错误.故选.

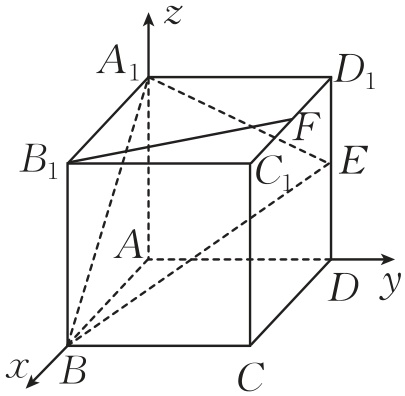


8. 如图，在正方体中，是棱的中点，点在棱上，且，若平面，则（ C ）.



A. B. C. D.

[解析]如图，以 为原点，,,所在直线分别为 轴、轴、轴，建立空间直角坐标系，设正方体的棱长为1，



则,,1,,,,，

可得,,1,，

设 是平面 的一个法向量，

则

令，则,，即，

由，且，可得，

又因为，所以，

由 平面，可得，解得.故选.

#### 综合提升练

9. （多选题）已知,,则下列各向量中是平面是坐标原点的一个法向量的是（ BD ）.

A. ,1, B. ,1, C. D.

[解析]设平面 是坐标原点 的一个法向量,

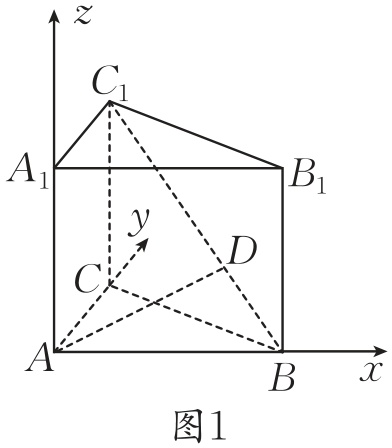
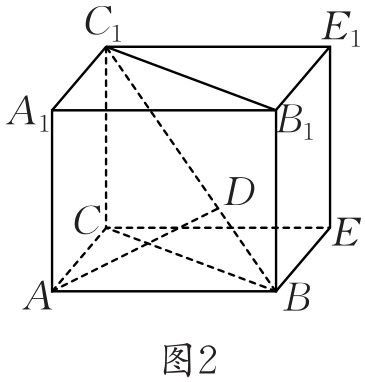
则 即 得,令，解得 故 且，代入知,满足.故选.

10. （多选题）已知在直三棱柱中，，，是线段上的动点（不含端点），则（ AD ）.

A. 平面 B. 与不垂直

C. 的取值范围为, D. 的最小值为

[解析]依题作图，如图1，并将其补成正方体，如图2.

对于,因为， 平面， 平面，所以 平面，故 正确．

对于,如图1，以 为坐标原点，为 轴，为 轴，为 轴建立空间直角坐标系，

则，，，，，，所以.

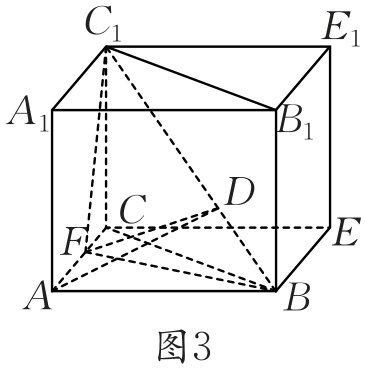
设，，则，

，，，

当 时，，当 且 时，与 不垂直，故 错误.

对于,判断以 为直径的球与 的交点情况，

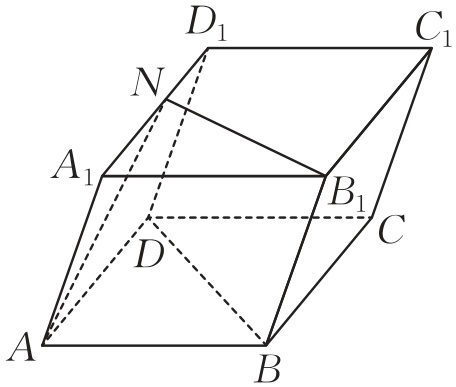
如图3，取 的中点，且点 平分,连接,,,则，，



所以以 为直径的球与 没有交点，所以，故 错误.

对于,将平面 翻折至与平面 共面，此时点 与 重合，所以 的最小值为，且，故 正确.故选.

11. 如图,在平行六面体中，已知, , ，为上一点，且.若，则 的值为  .



[解析]取空间中一个基底：,,.

因为，所以.

因为,，

所以，所以，所以.

12. [2024·河南模拟]已知，，，点，若 平面，则点的坐标为  .

[解析]因为，，，，所以，，，

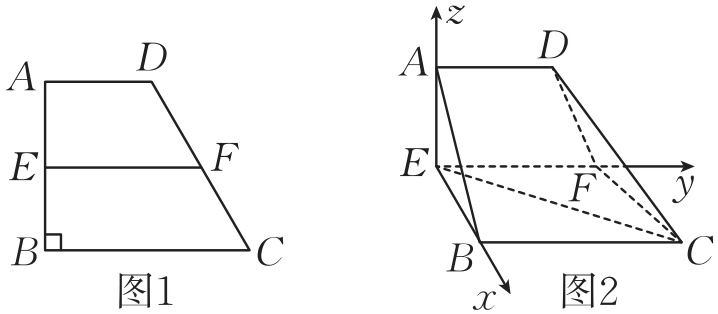
因为 平面，， 平面，

所以 所以 解得

所以点 的坐标为.

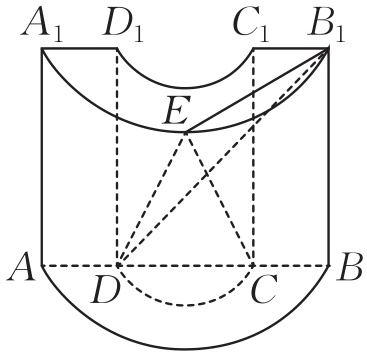
#### 应用情境练

13. 如图1，在直角梯形中，，，且，，分别为线段，的中点，沿把四边形折起，使平面 平面，得到如图2所示的立体图形.以为坐标原点，,,的方向分别为,,轴的正方向建立空间直角坐标系，则平面的一个法向量（答案不唯一）.



[解析]由题意得，，，，,，设平面 的一个法向量为，则 取，得.

14. 古代城池中的“瓮城”，又叫“曲池”，是加装在城门前面或里面的又一层门，若敌人攻入瓮城中，可形成“瓮中捉鳖”之势.“曲池”的简易图如图所示，上、下底面均为半圆环， 平面,, ,为的中点，则直线与平面所成角的正弦值为  .



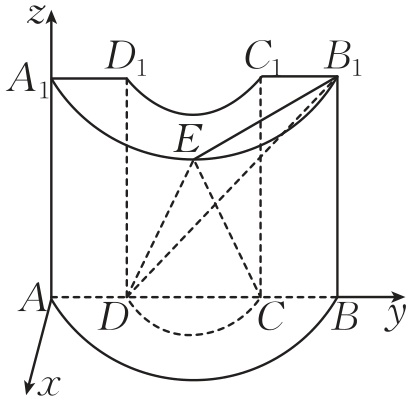
[解析]设 所在圆的半径为，则 ，

则,.

设 所在圆的半径为，则 ，则,.

因为 平面， 平面，则,

以 为原点，所在直线为 轴，所在直线为 轴，平面 内垂直于 的直线为 轴，建立空间直角坐标系，如图所示，



则,,,，,,,，

又 为 的中点,则，

则，,，

设平面 的一个法向量为，

则

令，则,，则.

设直线 与平面 所成角为 ，则,.

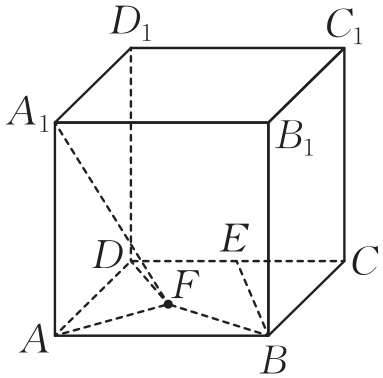
#### 创新拓展练

15. 如图，在棱长为2的正方体中，为棱的中点，为底面内一点，给出下列三个论断：

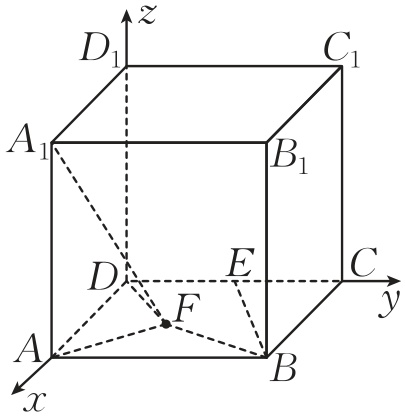
；；

③.

以其中的一个论断作为条件，另一个论断作为结论，写出一个真命题：若，则  或若，则  .



[解析]如图，建立空间直角坐标系,



则,,,,

设,，，则,

,,

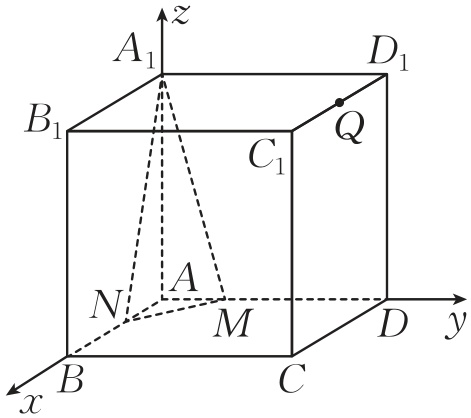
,

因为,

所以以其中的一个论断作为条件，另一个论断作为结论，可以写出两个真命题：

若，则；若，则.

16. 已知在棱长为1的正方体中，点满足，,分别为棱,上的动点（均不与顶点重合），且满足，记.以为原点，分别以,,的方向为,,轴的正方向，建立如图所示的空间直角坐标系.



（1）用 和表示点，，的坐标；

（2）设，若，求常数 的值.

[解析]（1）由已知可得，，，

所以，.

因为，，,

又 ，所以.

（2）由已知可得，,,，，0，，

所以,,，,0,,

所以,

.

又 是锐角，所以.

又在 中，,

所以由 得，

解得